

Mécanique déterministe ou incertitudes : Où en est-on avec $F = My$? – Ça passe ou ça casse ?

Ecole Polytechnique – Palaiseau
Jeudi 21 février 2019



Coordination Scientifique

Alain Forestier (CEA), Thiên-Hiêp Lê (ONERA)



Editorial Board

Dr. Christophe Calvin (CEA)

Mr. Laurent Duploux (BnF)

Mr. Philippe Włodyka (Polytechnique)

Mr. Pascal Pavel (CEA)

Dr. Thiên-Hiệp Lê (ONERA)

Ms. Katia Castor (Association Aristote)

Mécanique déterministe ou incertitudes : Où en est-on avec $F = M\gamma$? – Ça passe ou ça casse ?

Séminaire Aristote, 21/02/2019 à Ecole Polytechnique

Coordination scientifique

Alain Forestier (CEA), Thiên-Hiệp Lê (ONERA)



Table des matières

Compte-rendu des interventions	5
1. Usage de la simulation dans la prédiction des risques telluriques	6
2. Les séismes : catastrophes imprévisibles aux conséquences incertaines ?	8
3. Estimation de la fragilité des structures et équipements sous séisme	10
4. Comment va-t-on sur Mars et qu'y fait-on?.....	12
5. Quantification des incertitudes de modèles en mécanique des fluides	14
6. Haute précision, maîtrise des erreurs et incertitudes en CFD	16
7. Un cadre mathématique pour la certification robuste sous incertitudes.....	18
8. Gestion des incertitudes et quantification dans l'industrie aéronautique	20

Compte-rendu des interventions

Introduction

Alain Forestier (CEA), qui a organisé ce séminaire Aristote avec Thiên-Hiêp Lê (ONERA), introduit la journée. Il lit quelques passages d'un document de C. Marchal (X 58) sur Henri Poincaré et la mécanique déterministe. Pour ce mathématicien, avec les mêmes conditions initiales et les mêmes conditions aux limites, on doit arriver au même résultat. La mécanique céleste en est le parfait exemple avec la découverte de Neptune en 1846. C'est généralement le cas pour des modèles utilisant les équations différentielles. Mais il note que la stabilité d'un phénomène est essentielle dans la détermination d'un phénomène déterministe. La sensibilité aux conditions initiales apparaît très souvent. La théorie cinétique des gaz utilise des éléments statistiques, tellement le nombre d'Avogadro est grand. Le déterminisme classique est aujourd'hui mélangé au hasard.

Que sait-on faire dans la mécanique déterministe en liaison avec les incertitudes ? C'est le sujet du séminaire d'aujourd'hui.

1. Usage de la simulation dans la prédiction des risques telluriques

Evelyne Foerster (CEA)

Evelyne Foerster, directrice de l'Institut SEISM, un groupement d'intérêt scientifique créé par le CEA, EDF, l'Ecole Centrale Paris, l'Ecole Normale Supérieure de Cachan et le CNRS, fait une introduction à la mécanique déterministe tandis que les intervenants ultérieurs appuieront sur les incertitudes, dans les mouvements de terrains, induits ou non par les séismes.



Elle pose la question des conséquences des risques telluriques sur les bâtiments et les infrastructures. On voit beaucoup d'exemples sur les séismes récents. L'enjeu est d'anticiper ces conséquences pour éviter les pertes économiques et surtout humaines. Le séisme d'Hokkaido (2018) a créé de nombreuses perturbations sur les terrains et certains séismes sont sources de tsunamis qu'il faut évaluer. Sur les sites industriels comme une centrale nucléaire (Niigata, 2007), les accélérations dépassent l'estimation à cause d'amplification locale qu'on n'avait pas prévue. Il faut donc évaluer et quantifier les processus générateurs de l'aléa à toutes les échelles (origine, propagation, incertitudes (aléatoires, épistémiques)) et anticiper les conséquences potentielles.

Les simulations sont nécessaires pour quantifier les processus à toutes les étapes. On a besoin d'une approche intégrée avec les observations et les modèles physiques. Il faut une base de données historiques des événements pour évaluer l'aléa et la vulnérabilité. Pour un séisme, il faut connaître la source (certains scientifiques ne s'occupent que de ça, ce qui est déjà un gros travail et comporte déjà beaucoup d'incertitudes), modéliser la propagation même à très large échelle afin de comprendre ce qui peut arriver sur les

sites cibles. Il faut aussi connaître les effets de sites et les effets sol-structure (amplification ou désamplification suivant la nature des terrains).

Ensuite les chercheurs s'intéressent à la vulnérabilité des ouvrages. Comme c'est une approche intégrée, il faut des compétences en science de la Terre, en ingénierie, en mathématiques appliquées et en informatique scientifique. C'est ce que fait Evelyne Foerster à l'institut SEISM. Elle revient sur les calculs sismiques physiquement réalistes qui nécessitent des méthodes de dynamique transitoire 3D et de la précision pour discrétiser les longueurs d'ondes afin de calculer les signaux qui se propagent dans les milieux traversés. Pour optimiser les simulations, il faut de la parallélisation et des méthodes de modélisation avancées comme les métamodèles ou la réduction de modèle. Elle vante la méthode des éléments spectraux, qui selon elle, a beaucoup d'avantages. Elle est facile à paralléliser, est plus rapide que la méthode des éléments finis et donne aussi une meilleure précision. En revanche, elle n'est pas adaptée aux géométries complexes et il est difficile d'introduire des discontinuités comme les failles. Elle n'est donc utilisée que pour la propagation d'ondes.

Evelyne Foerster montre alors des exemples de simulation à large échelle afin d'en montrer les limites. Le premier exemple est le scénario sismique sur la région de Pointe-à-Pitre (Guadeloupe) qu'elle a fait quand elle était au BRGM. La simulation avec la méthode des éléments spectraux a tenu compte de la faille du Gosier qui peut générer des séismes jusqu'à une magnitude de 6 environ et affecter la ville de Pointe-à-Pitre. Le bloc de 40 km par 30 km par 30 km comportait 8,2 millions d'hexaèdres. La durée du séisme était fixée à 30 secondes avec 120 000 pas de temps avec une fréquence maximale de 5 Hz, ce qui était limitant. Elle disposait d'un modèle géologique 3D détaillé local et a comparé un modèle 1D au modèle 3D. Le 1D, qui souvent utilisé en pratique, ne voit pas les réflexions de surface et sous-estime les dommages possibles.

Dans un autre projet (Sinaps) sur la centrale nucléaire de Kashiwasaki Kariwa (Japon) lors du séisme de juillet 2007, l'institut SEISM a pu simuler toute la chaîne en prenant en compte les nombreuses répliques avec la méthode des éléments spectraux sur une boîte de 91 km x 83 km x 82 km) et une fréquence maximale de 5 Hz. Le modèle régional a été couplé avec un modèle géologique local avec des hypothèses sur la présence éventuelle d'un plissement de terrain sous la centrale. La simulation montre que l'impact de ces plissements n'est pas négligeable et qu'ils sont mieux représentatifs de la réalité.

Enfin un dernier exemple est un ensemble de scénarii sismiques sur la région de Nice (sources en mer ou dans l'arrière-pays). La méthode des éléments finis n'est pas adaptée à l'impact sur les infrastructures (fréquence maximale 1 Hz). Pour les glissements de terrains, Evelyne Foerster indique les simulations effectuées sur celui de Corniglio dans le Piémont italien (séisme octobre 1996, pluies intenses en novembre 1996). Elle a regardé comment la prise des comptes des hautes fréquences reproduit mieux les dégâts occasionnés et a modélisé le glissement avec des simulations statiques viscoélastiques avec la méthode des éléments finis ou avec l'approche St Venant (modèle de friction de Coulomb à la base de la couche fluide avec prise en compte de l'évolution de la pression interstitielle). Cette dernière est plus proche de ce qui a été observé.

2. Les séismes : catastrophes imprévisibles aux conséquences incertaines ?

Jean-François Semblat (ENSTA-ParisTech)

Il est encore question de séismes avec Jean-François Semblat, professeur à l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ParisTech) à Palaiseau (Essonne).



Il montre la répartition des séismes autour du Globe en notant qu'ils sont d'autant plus rares qu'ils sont intenses. Ainsi entre 1973 et 2012, il n'y eut que deux séismes de magnitude 9. Celui de Tohoku (mars 2011) se situait en mer, ce qui génère des incertitudes sur les mesures de l'épicentre. La variabilité spatiale de l'accélération est grande. Elle était de 2,7 G en face du séisme. Peut-on prévoir de tels événements, comme le font les météorologues ?, se demande-t-il. Avec le système GPS on peut détecter les mouvements lents en surface mais pas en profondeur. Tant qu'on n'aura pas cela, on ne sera pas capable de prévoir les tremblements de terre. Il faut des radars géologiques pour avoir l'état des contraintes et savoir caractériser les failles. C'est un milieu solide avec des liquides interstitiels. Sur le Globe, on voit des zones de concentration à plus de 100 km de profondeur. Ce sont les limites de plaques. À l'intérieur des continents, c'est plus aléatoire. Les séismes peuvent aussi se suivre temporellement comme le montre la faille nord anatolienne dont les séismes se déplacent d'est en ouest depuis 1939 et se rapproche d'Istanbul.

Une autre question est l'identification des sources. L'épicentre du séisme de Sumatra a été déduit des ondes reçues par les sismographes répartis sur le territoire japonais. La loi de Gutenberg-Richter montre qu'il y a 10 fois moins de séismes de magnitude 7 que de magnitude 6. Cela se vérifie. On a besoin d'étudier les séismes passés. Pour le séisme de 1887 en Ligurie, on a des cartographies des destructions, ce qui permet de remonter aux mouvements des sols et à la source du séisme. Mais il y a évidemment des

incertitudes. Il y en a aussi dans la propagation des ondes, car les structures géologiques en surface interviennent. Sur les rochers l'amplitude est faible alors qu'elle est forte sur des sédiments. C'est ce que montre la région de Grenoble. En profondeur, les mesures sur le forage de Montbonnot montrent aussi les effets des structures géologiques. Les Japonais ont beaucoup de stations géologiques ce qui permet de nombreuses observations en surface et en profondeur. Les modélisations dépendent de la quantité de données et permettent de représenter la propagation en 2D ou en 3D. Mais faut-il un modèle simple ou complexe ? À Volvi (Grèce), deux modèles ont été utilisés. Avec la méthode des éléments de frontière selon les fréquences, le modèle simplifié donne des amplifications de 3 à 0,6 Hz et de 10 à 0,8 Hz et 1 Hz. Avec le modèle complet, on a une forte amplification à basse fréquence dans les parties profondes et aussi plus forte que le modèle simplifié sur les bords. L'incertitude est moindre mais exige plus de données. L'amplification est due au contraste de sévérité et la propagation des ondes est piégée à l'intérieur du bassin. On l'observe en 2D comme en 3D.

Sur les infrastructures, faut-il une approche forfaitaire ou probabiliste ? La réglementation se base sur des « événements moyens » (exemple : moyenne de 9 séismes européens entre 0,048 G et 0,348 G). On peut ajouter les effets de sites selon la classe du type de sol (rocher, sable très dense, sable dense, sable lâche, alluvions, etc.) pour augmenter les niveaux d'accélération. Cela donne des profils de vitesses différents en fonction de la profondeur. Le niveau d'incertitude est donc grand.

L'approche probabiliste, qui se développe depuis quelques années, est plus compliquée. Il faut combiner les distances possibles de séismes, les magnitudes, les amplitudes des ondes et cela sur tous les sites possibles, afin d'avoir une probabilité d'un effet. La secousse sismique atteint les fondations des structures, l'interface sol-fondations et les structures elles-mêmes. Les modèles raisonnent par macro-éléments pour caractériser l'état des contraintes. Pour des structures plus étendues comme des ponts ou des barrages, cette méthode n'est plus valable. « Modulate », un nouveau projet ANR, vient d'être lancé sur le sujet.

Pour terminer, Jean-François Semblat trace quelques perspectives, comme l'étude des effets induits (liquéfaction des sols comme à Niigata au Japon) et l'injection possible d'éléments pour transformer la nature des sols. Des travaux sont aussi menés sur la complexité à échelle urbaine avec l'effet des constructions. Il est possible d'imaginer des villes anti-sismiques. Certains de ces éléments sont disponibles sur le MOOC « *Fundamentals of waves and vibrations* », qui est sorti en décembre dernier et dont Jean-François Semblat est co-auteur.

3. Estimation de la fragilité des structures et équipements sous séisme

Cyril Feau (CEA/DEN/EMSI)

Cyril Feau est ingénieur de recherche au service d'études mécaniques et thermiques du CEA. Le contexte de son exposé est l'étude des structures avec des spectres de réponses d'oscillateurs linéaires amorties.



Ce sont des études probabilistes de sûreté afin d'évaluer la fréquence d'occurrence d'événements redoutés et leurs conséquences. Ces études comportent la construction de la courbe d'aléa sismique, l'établissement des arbres de défaillances, la construction de courbes de fragilité sismique pour enfin calculer la probabilité de survenue des événements. La courbe de fragilité sismique dépend de variables aléatoires qui modélisent les incertitudes épistémiques et les incertitudes aléatoires. C'est une courbe croissante mais pas nécessairement monotone. Ces courbes sont utilisées pour l'aléa sismique mais aussi pour le vent ou autres sollicitations des structures. En pratique, il faut enrichir les bases de données des signaux réels et réduire le temps de calcul des modèles mécaniques souvent prohibitifs. Cyril Feau donne un exemple d'un scénario sismique pris dans la base de données européenne. Il a récupéré 97 signaux réels. La modélisation s'oriente vers des processus stochastiques non gaussiens. Il n'y a pas de consensus sur la meilleure méthode à utiliser que ce soit la représentation de Karhunen-Loève, le modèle de bruit blanc filtré ou la méthode Monte Carlo pour lesquels Cyril Feau montre des exemples. Le générateur est très influent sur l'activité sismique. Le modèle de bruit blanc enrichit mieux l'ensemble des signaux réels, mais la précision dépend de l'indicateur choisi (PGA, S (6,7 Hz)). Avec son équipe, Cyril Feau a proposé une autre méthode utilisant des critères d'optimalité parus dans la littérature (efficacité, praticité, compétence, suffisance, comptabilité avec l'aléa). La méthode est du Machine

Learning, un méta-modèle qui permet de définir un indicateur « proficient ». C'est basé sur des SVMs, une technique d'apprentissage supervisé destinée à résoudre des problèmes de classification ou de régression dont le nombre de variables détermine les dimensions de l'espace. Ils ont testé la méthode sur 20 cas. Globalement dans R4, c'est déjà relativement correct.

En conclusion, Cyril Feau note que les SVMs couplés à un algorithme d'apprentissage actif permettent d'estimer à la fois un indicateur de nocivité des signaux sismiques et des courbes de fragilité.

4. Comment va-t-on sur Mars et qu'y fait-on?

Eric Lorigny (CNES)

Éric Lorigny offre une pause aux auditeurs, puisqu'il n'y a aucune équation dans son propos. Il travaille à Toulouse sur le robot martien Curiosity.



Mars, c'est la quatrième planète du système solaire et la planète tellurique la plus éloignée du Soleil. Elle doit son nom au dieu de la guerre, du fait de sa couleur rouge faisant penser à celle du sang. Elle possède le plus grand canyon, Valles Marineris, et la plus haute montagne, Olympus Mons, qui culmine à 26 000 m. C'est une petite planète (3400 km de diamètre contre 6400 pour la Terre). La gravité y est de 0,37 et sa durée du jour est de 24 h 39. Elle fait le tour du Soleil en 687 jours terrestres en moyenne à 220 millions de kilomètres du Soleil. Il y fait froid (0°C le jour, -120°C la nuit). La pression atmosphérique est faible (0,006 bar). Cette atmosphère est très ténue et composée à 95% de dioxyde de carbone. Elle possède deux lunes, Deimos, le plus petite et la plus lointaine, sans doute le reste d'un impact, et Phobos, plus proche et qui se rapproche de Mars sur laquelle est devrait tomber dans 11 millions d'années. Mars est née, comme la Terre, il y a 4,56 milliards d'années. Les deux planètes se sont formé très chaudes, mais du fait du choc qui a créé la Lune, Mars a pris de l'avance pour faire émerger la vie. Il y a 3,8 milliards d'années il devait y avoir de l'eau liquide. Mais comme la vie sur Terre a mis 3 milliards d'années pour passer des bactéries aux êtres multicellulaires, il est peu probable que la vie, si elle y est apparue, se soit beaucoup développée. Opportunity, qui est aujourd'hui déclaré mort, est un des robots présents sur Mars. Reste Curiosity. Aller sur Mars demande de savoir où atterrir (on devrait dire amarsir). Les couches d'argile du Gale Crater étaient intéressantes, car leur étude indique l'évolution de l'eau sur la planète. Le site d'atterrissage a été choisi par les ingénieurs sur un terrain plat, mais près des sites intéressants les scientifiques. Il faut 255 jours pour arriver sur Mars en

faisant une demi-ellipse. Mais comme Mars orbite à 23 km/sec, il faut au moins aller à cette vitesse et freiner à l'arrivée de 5,8 km/sec, ce qui implique de dissiper 67 milliards de joules en moins de 7 mn dans une atmosphère 150 fois moins dense que l'atmosphère terrestre. Le tout en automatique. Cette descente fut pensée par un jeune homme de 22 ans à qui la Nasa confia le travail après qu'il a évoqué les différentes manœuvres nécessaires.

Curiosity est un robot géologue avec un laser français (ChemCam), des caméras, des détecteurs chimiques et des outils de forage et de récupération d'échantillons. Il est descendu par parachute (20 m de diamètre) testé dans une soufflerie, un bouclier thermique, par l'action des rétrofusées et des cordes pour le faire atterrir en douceur. (film de la descente à voir sur youtube). Cela fait 2374 jours martiens (Sol 2374) que Curiosity a atterri. Les premiers jours ont servi aux tests (instruments, consistance du sol), puis les instruments ont commencé à travailler et découvert que la surface était oxydée mais que l'intérieur était réduit. Parfait pour la vie, même si on n'en a pas trouvé de trace.

5. Quantification des incertitudes de modèles en mécanique des fluides

Paola Cinnella (ENSAM Paris-Tech)

Paola Cinnella est professeur au laboratoire de dynamique des fluides (DynFluid) de l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM).



La turbulence est un problème pour les aérodynamiciens. Elle est intrinsèque à tout écoulement qui dépasse un certain indice. La question est d'évaluer les incertitudes concernant la modélisation de la turbulence. Celle-ci s'étudie par les équations Navier-Stokes (Reynolds Average Navier-Stokes ou RANS) qui contiennent toute l'information nécessaire. Mais, en simulant ces équations, on arrive très vite à des divergences chaotiques. On peut résoudre des échelles plus ou moins grandes (DNS), mais plus l'échelle est grande plus le coût est important et les incertitudes s'ajoutent. La modélisation des RANS nécessite de définir une moyenne (facile si l'écoulement est stationnaire, difficile pour certains écoulements). On peut se cantonner aux écoulements stationnaires. Les incertitudes sont détectables par un jugement d'expert. L'incertitude se réduit alors à celle du tenseur de Reynolds, ce qui nécessite un modèle de la turbulence. Parmi les modèles, il y a les Eddy viscosity models, les Reynolds stress transport models ou les modèles algébriques, plus simples. Mais chaque paramètre doit être défini et lui-même modélisé. Il y a donc un double niveau d'incertitude. Il y a toute une zoologie des modèles de turbulence, mais depuis la fin des années 1990, il y a une stagnation des modèles RANS, car chacun équipe utilise son propre modèle qu'elle connaît bien. Les coefficients sont calibrés sur des écoulements canoniques (turbulence isotrope, couches minces...). Un exemple significatif est la modélisation d'un écoulement autour d'un profil d'aile. Chaque modèle donne des résultats différents. En changeant un seul coefficient, les résultats deviennent complètement différents. Il faut améliorer les

modèles RANS, non pas pour une meilleure correction, mais en terme de fiabilité. Il faut savoir où sont les fautes et les quantifier. Deux approches sont possibles. La structure du modèle n'est pas modifiée et on regarde les incertitudes paramétriques. Dans l'approche directe, on établit des distributions de probabilité des coefficients et avec du Monte Carlo ou du polynôme de chaos, on récupère une distribution sur une série de coefficients choisis, mais il faut connaître la distribution des paramètres qui ne sont pas eux-mêmes mesurables. En revanche, on peut mesurer des quantités d'intérêt comme la vitesse et faire une approche probabiliste inverse. C'est par exemple l'inférence bayésienne, qui est bien adaptée pour des données bruitées. Cela donne une distribution des coefficients de clôture de la turbulence, qu'on peut réintégrer dans le modèle. Paola Cinnella donne un exemple dans le cas d'un écoulement de plaque plate. Avec les équations de Navier-Stokes dans le cas de couches limites, elle utilise une base de données expérimentales (Coles et Hirst, 1968) et un modèle k-epsilon. Le but est d'inférer sur les coefficients du modèle. Elle définit une fonction gaussienne de vraisemblance en définissant que chaque valeur du coefficient est égale à la sortie du modèle plus ou moins une erreur. Avec un code à couches limites qui tourne très vite, elle peut tester différentes valeurs et obtenir une distribution d'équilibre. Cela montre que les coefficients dépendent beaucoup du cas présenté et qu'il y a des incertitudes structurelles, ce qui est plus difficile à modéliser que les incertitudes paramétriques. Il s'agit de prendre plusieurs modèles et d'en faire une moyenne pondérée par la probabilité de véracité des modèles suivant les observations. Cela peut se faire de manière déterministe ou stochastique. Avec quelques exemples de résultats, Paola Cinnella montre que chaque modèle peut être meilleur que les autres sur un écoulement spécifique et mauvais ailleurs. Mais on peut savoir à quelle distance il est des autres modèles, ce qui donne ainsi des valeurs d'incertitudes. Mais on peut se demander si on peut changer le tenseur de Reynolds lui-même, bref changer le modèle de l'intérieur. Cela peut se faire en s'appuyant sur du Machine Learning, mais cela ne donne pas la valeur de l'incertitude. C'est pourtant la tendance actuelle.

Elle conclut par militer pour une alliance des deux méthodes.

6. Haute précision, maîtrise des erreurs et incertitudes en CFD

Vincent Couaillier (ONERA)

Vincent Couaillier, de l'ONERA, fait un état de l'art de ce qu'on peut faire en CFD.



La plupart des codes fonctionnent bien pour des écoulements nominaux et le design des composants en aéronautique. De nombreux challenges sont à relever. Ils reposent sur l'expertise de l'utilisateur final. Il faut améliorer les modèles ou les incertitudes qui leur sont associées. La CFD doit passer à un système expert. Mais les données sont soit certaines mais incomplètes, soit incertaines et le code de calcul fait des approximations. Pourtant, la simulation numérique s'est améliorée en précision, efficacité et robustesse, sans compter la production de données massives. Vincent Couaillier revient sur la turbulence. L'échelle de Kolmogorov implique un très grand nombre de simulations DNS car le nombre de simulations est égal à $Re^{9/4}$. Pour un Re de 10^6 , il faut $3 \cdot 10^{13}$ simulations. C'est pour cela qu'on utilise le modèle RANS afin de faire des moyennes, ou des méthodes LES en filtrant les données, ou en hybridant RANS et LES. Il donne un exemple sur l'écoulement autour d'un tri-corps en prenant des équations de Navier-Stokes dans le cas stationnaire, puis non-stationnaire. L'erreur peut être estimée par l'expérience, par l'écart à une solution convergée, mais aussi par la précision machine. L'erreur peut aussi être liée au manque de résolution spatio-temporelle du calcul. Et en LES il faut savoir à quoi se comparer : à la DNS ou DNS filtrée ? Le débat est vif.

L'amélioration des schémas numériques est en route. On voit qu'en augmentant le nombre de degrés de liberté, on améliore le maillage et le résultat. Ce qui montre la validité du modèle. Sur un cylindre à $Re=40$ (en deçà de l'apparition de la non-stationnarité), on converge effectivement vers la même solution. Mais même avec des Re

beaucoup plus élevé, un ensemble de modèles à valeurs différentes peut ramener à un modèle moyen stationnaire. Mais il faut alors évaluer l'écart du modèle moyen à la réalité, c'est-à-dire évaluer l'incertitude. Vincent Couaillier donne plusieurs exemples sur lesquels l'ONERA travaille. Il y a aussi les polynômes de chaos qui permettent d'avoir la propagation d'incertitudes des données d'entrées sur des données de sorties. L'ONERA travaille aussi sur le Machine Learning. Dans un premier temps, ils font de l'assimilation de données en introduisant une fonction spécifique qu'ils cherchent à améliorer par réseaux de neurones. Cette fonction peut être calibrée par de nombreux cas de calcul.

Vincent Couaillier termine par décrire ce qu'il faudrait pour modéliser la turbulence par DNS : des moyens de calcul bien supérieur à ce qui existe aujourd'hui, beaucoup de mémoire, un saut qualitatif dans les algorithmes.

7. Un cadre mathématique pour la certification robuste sous incertitudes

Eric Savin (ONERA)

Éric Savin présente un exposé inspiré de nombreux auteurs. Le point de départ est un projet européen où les gens voulaient évaluer les incertitudes.



Mais on ne connaît pas les lois de probabilités des erreurs, même si on connaît la moyenne. Cela vaut-il le coup de prendre en compte beaucoup de données aléatoires ? Il donne l'exemple d'une fonction qui dépend de ces variables. Si celles-ci sont indépendantes, l'inégalité de McDiarmid dit que l'éloignement de la fonction à la moyenne est bornée. Cela est appliqué au coefficient de trainée par exemple. Si la fonction est juste une simple moyenne des variables aléatoires, la borne est en $\exp-d$. Plus on prend en compte de variables aléatoires, moins on s'éloigne de la moyenne. Faire de la certification, c'est dire que la probabilité de dépasser une valeur nominale est inférieure à une certaine limite. L'industrie du nucléaire l'utilise. Si on veut certifier deux conditions à la fois, on peut aussi définir une inégalité de McDiarmid. Pour certifier avec un minimum de tests, on construit un modèle grossier lié à la fonction de certification et on lui applique l'inégalité de McDiarmid, pour avoir les marges de variations de la fonction. Mais cela introduit une différence entre le modèle et la fonction qu'il faudra gérer, mais qu'on espère très faible.

Une deuxième étape dans la certification est la quantification de l'incertitude optimale. On s'intéresse alors aux bornes de tous les paramètres compte tenu de la quantité d'intérêt, des erreurs épistémiques, des variables cachées, etc. Un théorème mathématique dit que cet ensemble quasi infini de paramètres peut être ramené à un nombre fini et obtenir la probabilité de la borne optimale. Il donne l'exemple de la

perforation d'une plaque par une balle de fusil avec une fonction de certification connue ou inconnue. Cela donne une approche certes approximative du résultat, mais très peu coûteuse en temps de calcul.

8. Gestion des incertitudes et quantification dans l'industrie aéronautique

Gilbert Rogé (Dassault-Aviation)

Pour terminer la journée, Gilbert Rogé, de Dassault-Aviation, invite à réfléchir, comme les sages dit-il, sur les incertitudes.



Dans son métier d'avionneur, les incertitudes c'est prendre en compte tout ce qui fait qu'un avion sera bien conforme quant à ses spécificités annoncées (et vendues). De la conception à la production en série, ces incertitudes vont se modifier. Leurs mesures concernent la mécanique des fluides, les essais de modèles réduits en soufflerie et les essais en vol. Les incertitudes de mécanique des fluides concernent la géométrie de l'avion, les discontinuités des détails, la perméabilité, le vieillissement des matériaux. Les maquettes en soufflerie sont perturbées par leur support, par les murs de la soufflerie par la pression et la température qui n'est pas la même qu'en vol. Les incertitudes en vol concerne l'exemplarité du premier vol, la consommation, la déformation aéro-élastique des ailes, la précision des instruments de mesures, mais aussi les différences entre cet avion d'essai et les avions de série. On part donc d'un calcul CFD pour arriver à un avion en vol. Mais il faut faire attention : les précisions demandées par les ingénieurs se répercutent sur le coût de la fabrication de l'avion. Pour quantifier ces incertitudes, le projet européen Umrida sur un Falcon a pris en compte la conception des ailes à différentes sections, ce qui permet de calculer la portance, la pression et la traînée. Le design peut être robuste même par rapport à la modification de certains paramètres (cambrement de la voilure par exemple).

Le prix de l'incertitude est un delta dans le rayon d'action d'un avion ou dans la consommation de kérosène, ce qui peut représenter près de un million de dollars sur la vie d'un avion. Ce n'est pas rien.

Pour clore le séminaire, Thiên-Hiệp Lê (ONERA, Aristote) remercie les intervenants et les auditeurs de leur présence et souhaite la présence de tous aux prochains séminaires d'Aristote.