

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



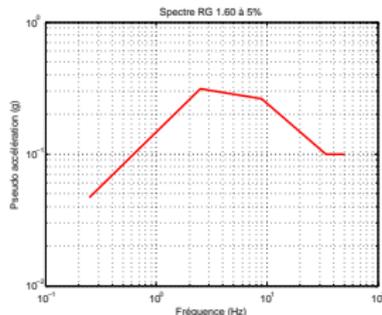
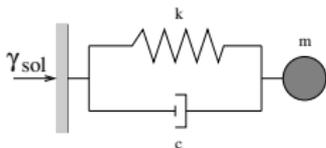
# Estimation de la fragilité des structures et équipements sous séisme

Cyril Feau

CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI  
Service d'Études Mécaniques et Thermiques  
Laboratoire d'Études de Mécanique Sismique

Séminaire Aristote du 21 février 2019

## Dimensionnement : Spectre de Réponses d'Oscillateurs linéaires amortis (SRO)



- $S(f, \xi)$  : maximum de la valeur absolue du déplacement en fonction de  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$  et  $\xi = \frac{c}{2\omega m}$
- À partir des 1<sup>ers</sup> modes propres de la structure, on obtient l'estimation du maximum des déplacements, des contraintes, etc.
- Démarche « déterministe » et linéaire élastique
- ▶ Marges élevées pour les structures ductiles (ex. tuyauteries)
- ? Quantification des marges, quantification du risque sismique
- ▶ **Études probabilistes**

## Les Études Probabilistes de Sûreté (EPS)

Évaluer la fréquence d'occurrence d'**événements redoutés** et leurs conséquences (risque), en considérant différents événements qui perturbent leur fonctionnement normal (**événements initiateurs**) auxquels sont associées des fréquences d'occurrence annuelles.

Lorsque l'événement initiateur est le séisme, la mise en oeuvre d'une EPS comporte quatre étapes fondamentales :

1. la construction de la courbe d'aléa sismique  $H(\alpha)$  (probabilité de dépassement d'une valeur caractéristique de l'intensité sismique, au cours d'une période de référence, typiquement le Peak Ground Acceleration) ;
2. l'établissement des arbres de défaillances (représentations graphiques des relations de cause à effet) ;
3. la construction de **courbes de fragilité sismique**  $P_f(\alpha)$  ;
4. le calcul des fréquences d'occurrence des événements redoutés  $P_f$ .

$$P_f = - \int_0^{\infty} \left( \frac{dH(\alpha)}{d\alpha} \right) P_f(\alpha) d\alpha$$

EPRI, Methodology for developing seismic fragilities, prepared by J. R. Benjamin and Associates, Inc and RPK Structural Mechanics Consulting, TR-103959, Project 2722-23, June 1994.

## Courbe de fragilité sismique

$$P_f(\alpha) = P(h(\mathbf{X}) > C | IM = \alpha)$$

- $h(\mathbf{X})$  : réponse de la structure qui dépend de variables aléatoires qui modélisent les incertitudes dites *épistémiques* et les incertitudes dites *aléatoires*, intrinsèques à l'excitation  $s(t)$
  - $C$  est le critère de défaillance qui peut être une variable aléatoire
  - $IM$  est une mesure de l'intensité (*Intensity Measure*) de l'excitation :
    - *Peak Ground Acceleration (PGA)* moyen :  $\mathbb{E}[\max(|s(t)|, 0 < t < T)]$
    - *Acceleration spectrale moyenne* :  $\mathbb{E}[S(f, \xi)]$
    - etc.
- ! Courbe croissante, mais pas nécessairement monotone

## Remarques

- Les courbes de fragilité sont de plus en plus employées en dehors des EPS pour évaluer l'impact des dispositions constructives, etc.
- Les courbes de fragilité sont utilisées pour d'autres chargements (vent, etc.)

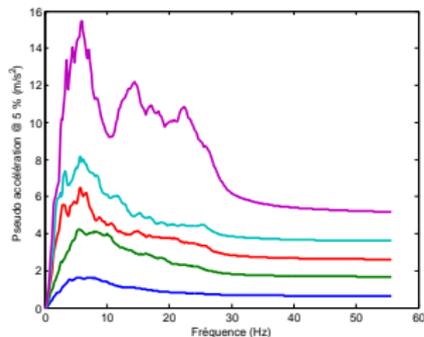
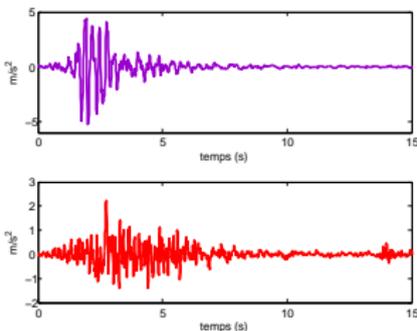
## En pratique ...

1. Les signaux réels sont en nombre insuffisant vis-à-vis des quantités à estimer
  - ▶ Enrichissement des bases de données de signaux réels
2. Les temps de calculs des modèles mécano-numériques sont souvent prohibitifs
  - ▶ Modèles paramétriques de la courbe de fragilité
  - ▶ Métamodèles
3. Choix du meilleur indicateur d'intensité sismique à utiliser en abscisse de la courbe de fragilité (question reliée à l'indicateur le plus corrélé au dommage subi par une structure) ?

## Exemple d'un scénario sismique

Exemple d'un scénario sismique défini par :  $5.5 < M < 6.5$  et  $0 < D < 20$  km  
(European Strong-Motion Database)

- ▶ Extraction de 97 signaux réels



- ▶ Modélisation des séismes par des processus stochastiques non stationnaires et non gaussiens

N.N. Ambraseys, P. Smit, R. Berardi, D. Rinaldis, F. Cotton, and C. Berge. Dissemination of european strongmotion data, 2000. CDROM collection. European Commission, Directorate-General XII, Environmental and Climate Programme, ENV4-CT97-0397, Brussels, Belgium.

## Représentation de Karhunen-Loève (« proche » des données)

Soit  $s(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , un processus aléatoire du second ordre, sa représentation de Karhunen-Loève est donnée par :

$$s(t) = \sum_{\alpha=1}^{+\infty} \sqrt{\lambda_{\alpha}} \xi_{\alpha} \phi_{\alpha}(t)$$

- $\lambda_{\alpha}$  et  $\phi_{\alpha}(t)$  : valeurs propres et vecteurs propres de l'opérateur de covariance de  $s(t)$
- $\xi_{\alpha}$  : variables aléatoires centrées, de variance unité, non corrélées, a priori **dépendantes**

$$\xi_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\alpha}}} \int_0^T s(t) \phi_{\alpha}(t) dt$$

En pratique :

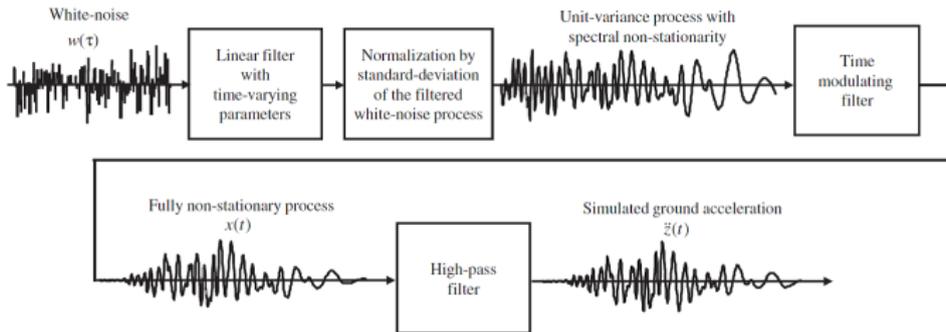
- Représentation de KL tronquée
- Estimation des paramètres à partir d'un N-échantillon de trajectoires du processus  $s(t)$
- Simulation des variables dépendantes : méthodes à noyaux gaussiens par exemple

Irmela Zentner and Fabrice Poirion. Enrichment of seismic ground motion databases using karhunen loeve expansion. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 41(14) :1945-1957, 2012.

## Modèle de bruit blanc filtré - 1/2

$$s(t) = q(t, \alpha) \left[ \frac{1}{\sigma_f(t)} \int_{-\infty}^t h[t - \tau, \lambda(\tau)] w(\tau) d\tau \right]$$

$$\sigma_f(t) = \sqrt{\int_{-\infty}^t h^2(t - \tau, \lambda(\tau)) d\tau}$$



Sanaz Rezaeian and Armen Der Kiureghian. Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 39(10) :1155-1180, 2010.

## Modèle de bruit blanc filtré - 2/2

- Réponse impulsionnelle

$$\begin{aligned}
 h[t - \tau, \lambda(\tau)] &= \frac{\omega_f(\tau)}{\sqrt{1 - \zeta_f^2}} \exp[-\zeta_f \omega_f(\tau)(t - \tau)] \sin \left[ \omega_f(\tau) \sqrt{1 - \zeta_f^2} (t - \tau) \right] \quad \text{si } t \geq \tau, \\
 &= 0 \quad \text{ailleurs,}
 \end{aligned}$$

avec  $\lambda(\tau) = [\omega_f(\tau), \zeta_f]$  et  $\omega_f(\tau) = \omega_0 + \frac{\tau}{T}(\omega_n - \omega_0)$

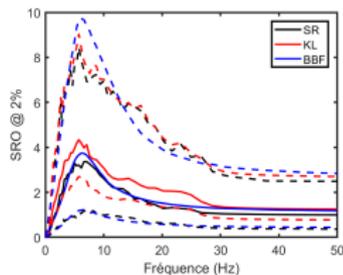
- Enveloppe temporelle

$$\begin{aligned}
 q(t, \alpha) &= 0 & \text{si } t \leq T_0, \\
 &= \alpha_1 \left( \frac{t - T_0}{T_1} \right)^2 & \text{si } T_0 \leq t \leq T_0 + T_1, \\
 &= \alpha_1 & \text{si } T_0 + T_1 \leq t \leq T_0 + T_2, \\
 &= \alpha_1 \exp[-\alpha_2(t - T_0 - T_2)^{\alpha_3}] & \text{si } t \geq T_0 + T_2.
 \end{aligned}$$

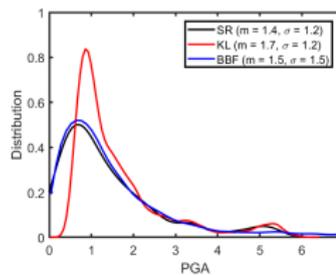
- Simulation des variables dépendantes : méthodes à noyaux gaussiens par exemple

Sanaz Rezaeian and Armen Der Kiureghian. Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 39(10) :1155-1180, 2010.

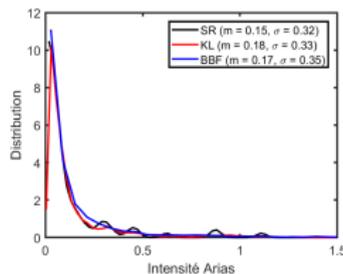
## SRO



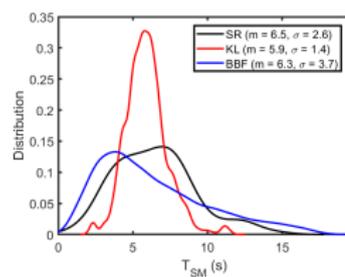
## PGA



## Intensité d'Arias



## Durée de partie forte



## Tuyauterie au comportement linéaire



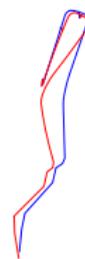
Mode 1 : 5.0 Hz



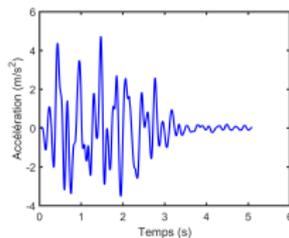
Mode 2 : 5.9 Hz



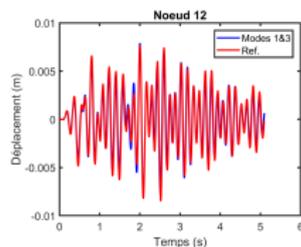
Mode 3 : 6.7 Hz



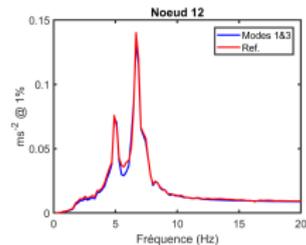
## Excitation



## Déplacement nœud 12

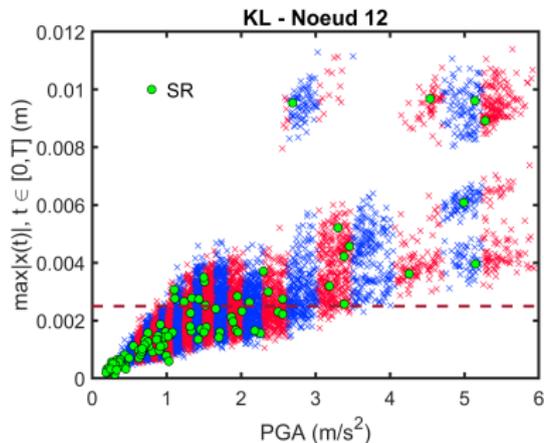


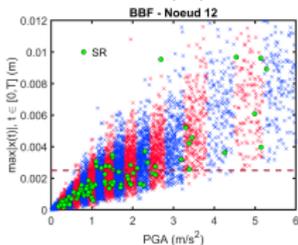
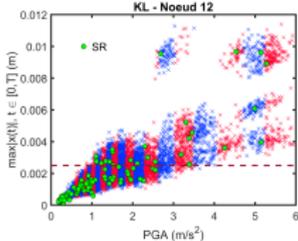
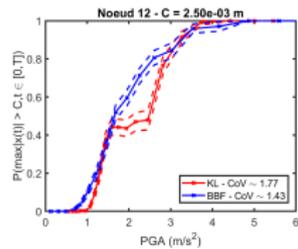
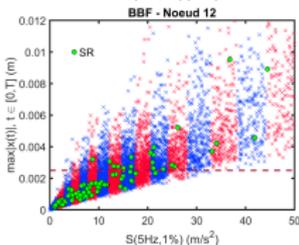
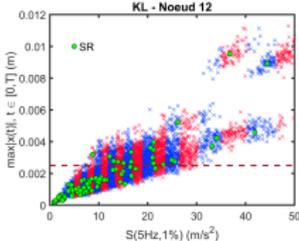
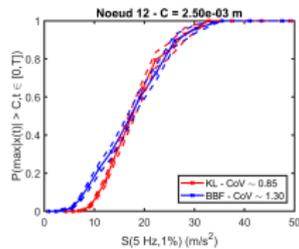
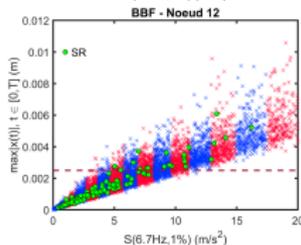
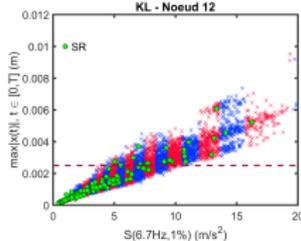
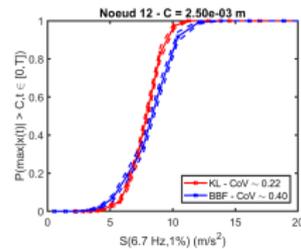
## SRO nœud 12



## Estimation par la méthode de Monte Carlo

1. Génération de  $N$  signaux artificiels (ici  $N = 10000$ )
2. Choix d'un IM et partage en  $K$  classes (algorithme de k-moyennes, ici  $K = 20$ )
3. Calculs des  $N$  réponses de la structure
4. Estimation de la probabilité de défaillance dans chaque classe



PGA ( $m/s^2$ )S(5 Hz, 1%)( $m/s^2$ )S(6.7 Hz, 1%)( $m/s^2$ )

## Modèle paramétrique lognormal et principe de maximum de vraisemblance

On connaît  $n$  niveaux d'accéléérations  $IM_i = a_i$  pour lesquels il y a eu défaillance ou non. Cette connaissance est traduite à l'aide d'une variable de Bernoulli qui, pour chaque niveau  $a_i$ , vaut  $x_i = 1$  s'il y a défaillance et  $x_i = 0$  dans le cas contraire, avec une probabilité  $P_f(a_i)$  donnée par la distribution lognormale de la courbe de fragilité :

$$P_f(a) = \phi\left(\frac{\ln(a/a_m)}{\beta}\right)$$

R.P. Kennedy, C.A. Cornell, R.D. Campbell, S. Kaplan, and H.F. Perla. Probabilistic seismic safety study of an existing nuclear power plant. Nuclear Engineering and Design, 59(2) :315-338, 1980.

La fonction de vraisemblance est définie par :

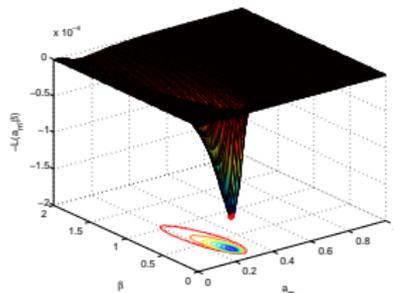
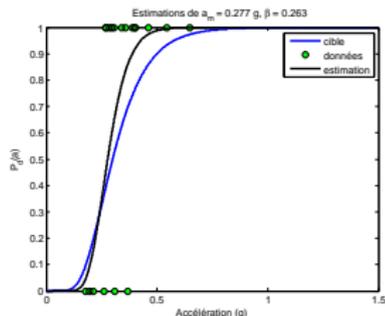
$$L(a_m, \beta) = \prod_{i=1}^n (P_f(a_i))^{x_i} (1 - P_f(a_i))^{(1-x_i)}$$

Masanobu Shinozuka, M. Q. Feng, Jongheon Lee, and Toshihiko Naganuma. Statistical analysis of fragility curves. Journal of Engineering Mechanics, 126(12) :1224-1231, 2000.

## Modèle paramétrique lognormal et principe de maximum de vraisemblance

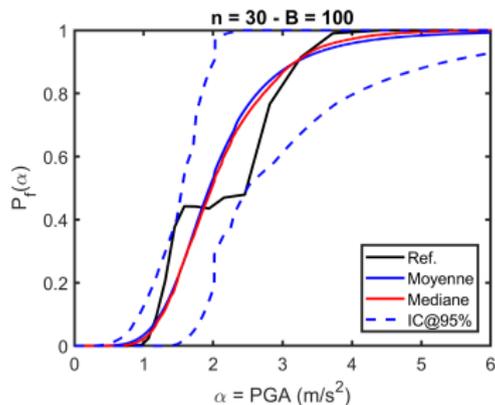
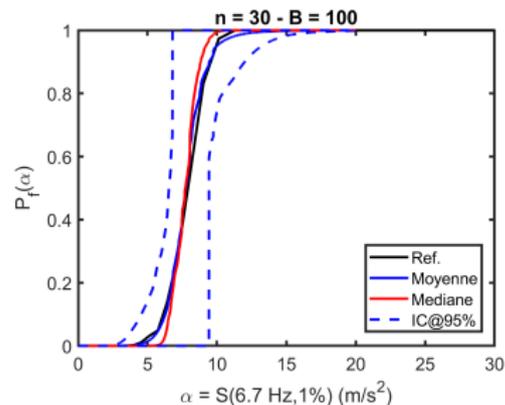
On choisit pour la courbe de fragilité cible  $a_m = 0.3 \text{ g}$  et  $\beta = 0.4$ . On considère un échantillon contenant 20 réalisations pour résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$(\widetilde{a}_m, \widetilde{\beta}) = \underset{(a_m, \beta) \in \mathbb{R}^{**} \times \mathbb{R}^{**}}{\operatorname{argmin}} (-\ln L(a_m, \beta))$$



## Intervalle de Confiance

- Utilisation du bootstrap

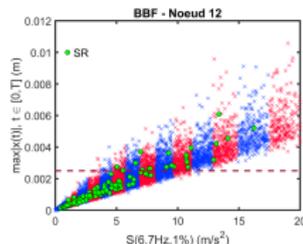
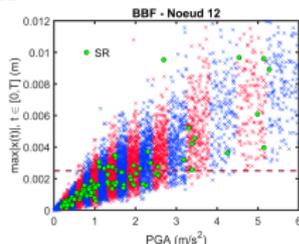
PGA ( $m/s^2$ )S(6.7 Hz,1%)( $m/s^2$ )

- En pratique, on ne peut pas connaître a priori dans « quelle situation » on se trouve
- De nombreux auteurs « s'interrogent » sur la question de la représentativité de ce modèle

e.g. Chu Mai, Katerina Konakli, and Bruno Sudret. Seismic fragility curves for structures using non-parametric representations. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 11(2) :169-186, Jun 2017.

## Critères d'optimalité

- Efficacité (*Efficiency*) : critère portant sur la variabilité induite sur la réponse de la structure
- Praticité (*Practicality*) : critère portant sur la corrélation avec la réponse de la structure
- Compétence (*Proficiency*) : critère composite de l'Efficacité et de la Praticité



- Suffisance (*Sufficiency*) : critère vis-à-vis de la dépendance aux paramètres d'aléa sismique (M, D, etc.)
- Compatibilité avec l'aléa (*Hazard Compatibility*) : critère vis-à-vis de la facilité à obtenir une courbe d'aléa associée

M.A. Hariri-Ardebili and V.E. Saouma. Probabilistic seismic demand model and optimal intensity measure for concrete dams. *Structural Safety*, 59 :67-85, 2016.

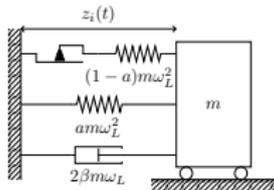
## Objectifs

- Proposer une méthode qui permette de définir un indicateur *proficient*
- Proposer une méthode qui permette une estimation robuste de la courbe de fragilité à partir d'un nombre réduit d'appels aux codes de calculs
- ▶ Séparateurs à Vaste Marge (SVMs) et Apprentissage Actif

R. Saint, C. Feau, J.M. Martinez, J. Garnier. Efficient Seismic fragility curve estimation by Active Learning on Support Vector Machines. Soumis à Structural Safety. <http://arxiv.org/abs/1810.01240>.

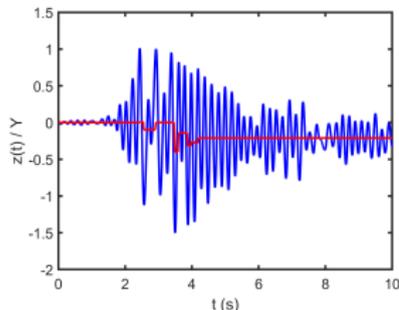
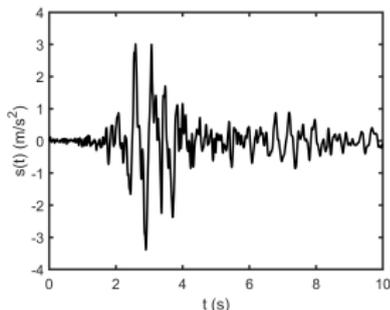
- Générateur : bruit blanc filtré
- Paramètres - cas 1 :  $(\alpha_i, \lambda_i, PGA_i, PGV_i, PGD_i, E_i, L_i) \in \mathbb{R}^{13}$
- Paramètres - cas 2 :  $(PGA_i, PGV_i, \omega_{0i}, L_i) \in \mathbb{R}^4$
- $N \simeq 33000$

## Oscillateur élasto-plastique avec écrouissage cinématique



$$\ddot{z}_i(t) + 2\beta\omega_L\dot{z}_i(t) + f_i^{nl}(t) = -s_i(t), \quad i \in [1, N]$$

avec  $\omega_L = 2\pi f_L$ ,  $f_L = 5$  Hz,  $\beta = 2\%$ ,  $Y = 5 \cdot 10^{-3}$  m et  $a = 0.2$ .



$$Z_i = \max_{t \in [0, T]} |z_i(t)| \quad \text{et} \quad P_f(\alpha) = P(Z > 2Y | IM = \alpha)$$

## SVMs : principe

Technique d'apprentissage supervisé destinée à résoudre des problèmes de classification ou de régression.

Dans le cas de la classification, l'apprentissage se fait à partir d'exemples  $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n\} \in \mathbb{R}^d$  labellisés  $\{l_1, \dots, l_n\} \in \{-1, 1\}$ .

Le principe est de projeter l'espace de représentation des  $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n\}$  dans un espace de plus grande dimension afin de trouver un hyperplan séparateur avec une marge maximale (distance entre la frontière de séparation et les échantillons les plus proches, appelés *Vecteurs Supports*). On utilise pour cela une fonction noyau  $K(\mathbf{Y}, \mathbf{X})$  permettant de transformer un produit scalaire dans un espace de grande dimension (coûteux) en une évaluation ponctuelle d'une fonction (*kernel trick*).

$$f_n(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \varphi_i K(\mathbf{X}_i, \mathbf{X})$$

Les vecteurs supports sont tels que  $\varphi_i \neq 0$ . En pratique, un nouveau signal sismique représenté par  $\mathbf{X}$  aura une étiquette  $\hat{l}$  égale à :

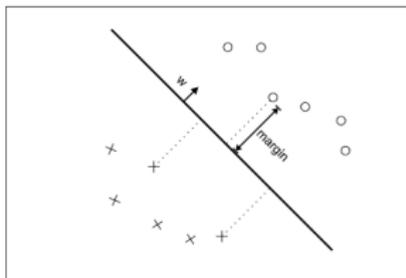
$$\hat{l} = \text{sgn}(f_n(\mathbf{X}))$$

## SVMs : principe

Dans le cas linéaire,  $K(\mathbf{X}_i, \mathbf{X})$  est le produit scalaire dans  $\mathbb{R}^d$  et le score est :

$$f_n(\mathbf{X}) = \mathbf{W}^T \mathbf{X} + c,$$

avec  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^d$  et  $c \in \mathbb{R}$  qui dépendent des coefficients  $\varphi_j$ .



Source : Simon Tong and Daphne Koller. Support Vector Machine Active Learning with Applications to Text Classification. J. Mach. Learn. Res., 2 :45-66, 2002.

## Apprentissage Actif : réduction du nombre d'appels aux codes de calculs

Connaissant les étiquettes des signaux d'indices  $j_1, \dots, j_n$ , cela consiste à :

- calculer le SVM associé à  $\{(\mathbf{X}_{j_1}, l_{j_1}), \dots, (\mathbf{X}_{j_n}, l_{j_n})\}$  ;
- calculer le score  $f_n(\mathbf{X}_i)$  de chaque signal non labellisé  $\mathbf{X}_i$ ,  $i \in [1, N] \setminus \{j_1, \dots, j_n\}$  ;
- déterminer les signaux « les plus incertains » à classer

$$j_{n+1} = \underset{i \in [1, N] \setminus \{j_1, \dots, j_n\}}{\operatorname{argmin}} |f_n(\mathbf{X}_i)|$$

et calculer le déplacement maximal associé  $Z_{j_{n+1}}$  en appelant le code numérique ;

- ajouter le signal à la liste des signaux labellisés ( $\mathbf{X}_{j_{n+1}}, l_{j_{n+1}} = \operatorname{sgn}(Z_{j_{n+1}} - 2Y)$ )
- ! L'initialisation de l'algorithme est aléatoire

## Vérification de la performance : Precision / Recall Breakeven Point (PRBP)

D'une façon générale, on peut définir le classificateur suivant :

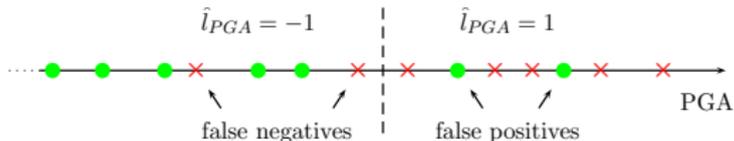
$$\hat{l}_i(\beta) = \text{sgn}(f_n(\mathbf{X}_i) - \beta) \quad \text{avec} \quad \beta \in \mathbb{R}$$

- *Precision* : pourcentage de signaux classés *positif* et qui sont réellement *positif*
- *Recall* : pourcentage de signaux *positif* qui sont classés *positif*

Si on change « artificiellement » le seuil de décision  $\beta$  on peut faire en sorte que :

$$\text{Precision} = \text{Recall} = \text{BreakevenPoint}$$

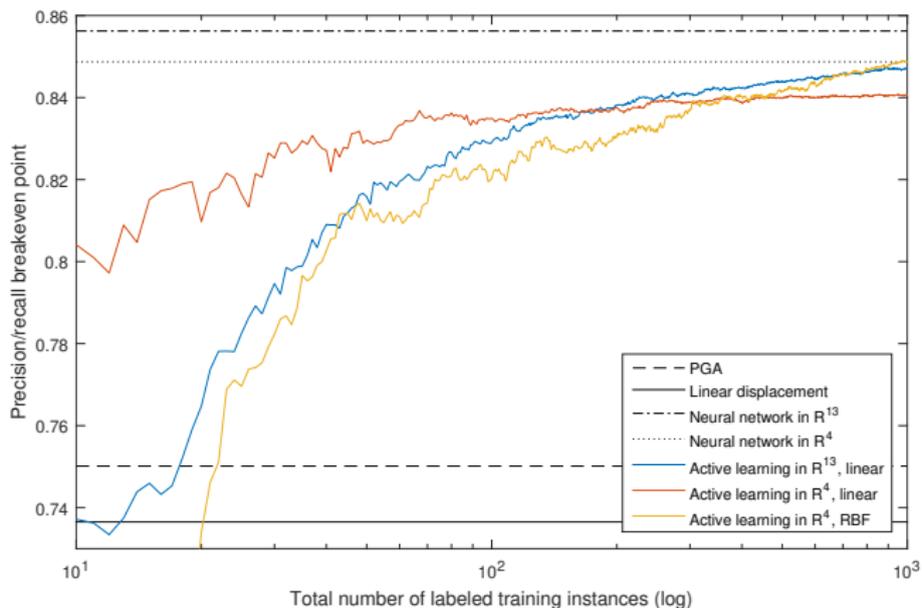
Dans ce cas, le nombre de *faux positifs* = nombre de *faux négatifs*.



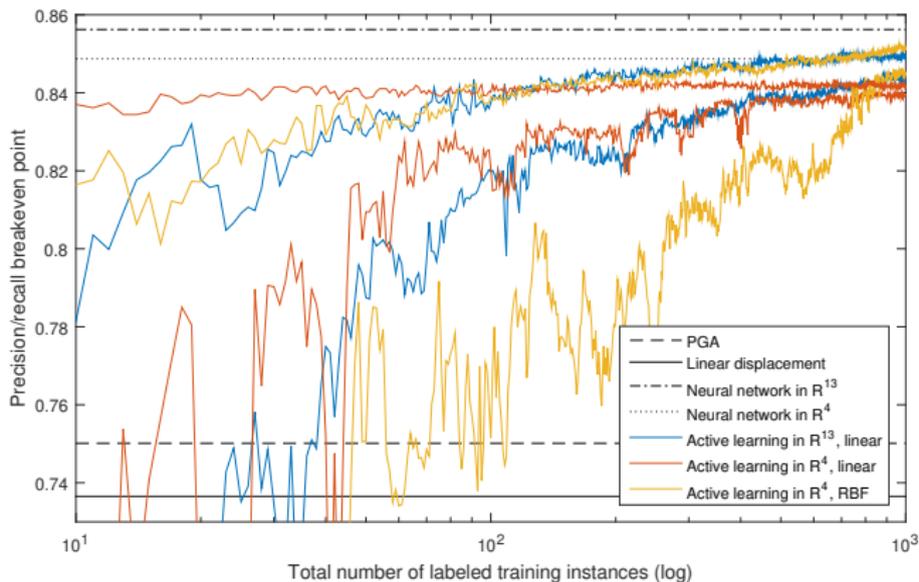
Ici le *PRBP*  $\simeq$  71%.

Simon Tong and Daphne Koller. Support Vector Machine Active Learning with Applications to Text Classification. J. Mach. Learn. Res., 2 :45-66, 2002.

Performance moyenne sur 20 cas



## Performance « haute » et « basse » sur 20 cas

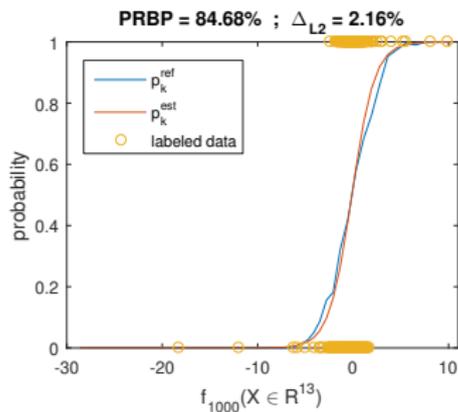


Application aux courbes de fragilité : interprétation probabiliste du score

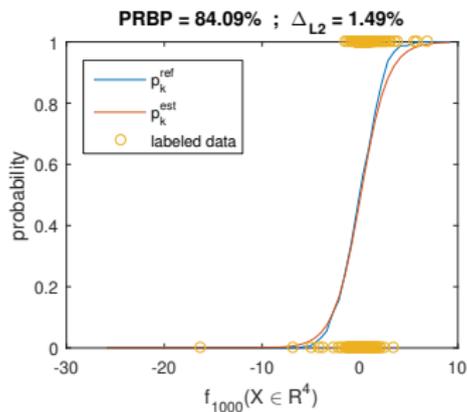
$$p_n(\mathbf{X}) = \frac{1}{1 + e^{-af_n(\mathbf{X})+b}}$$

L'ajustement de  $a$  et  $b$  se fait comme pour la loi lognormal.

$n = 1000 - X \in \mathbb{R}^{13}$



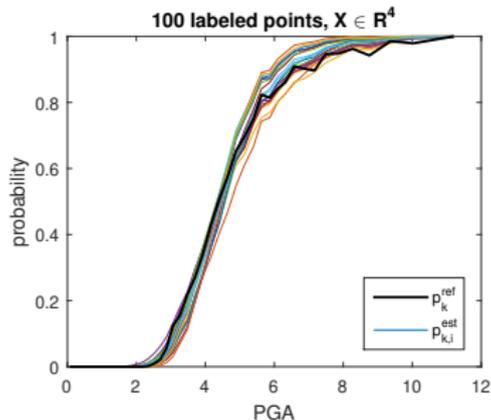
$n = 1000 - X \in \mathbb{R}^4$



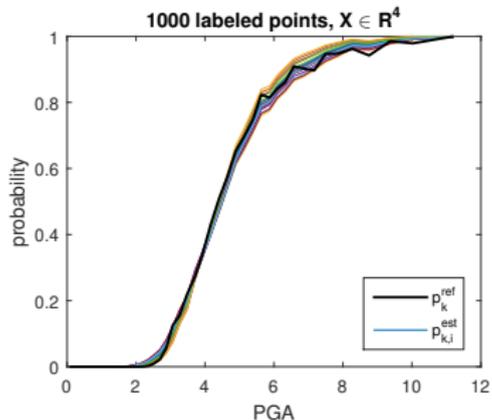
Application aux courbes de fragilité en fonction du PGA

$$p_n(PGA) = \mathbb{E}[p_n(\mathbf{X})|PGA]$$

$n = 100 - \mathbf{X} \in \mathbb{R}^4$



$n = 1000 - \mathbf{X} \in \mathbb{R}^4$



### Conclusion & Perspectives

Les SVMs couplés à un algorithme d'Apprentissage Actif permettent d'estimer efficacement **à la fois** un indicateur de *nocivité* des signaux sismiques et des courbes de fragilité :

- ✓ OK dans le cas des incertitudes liées à l'excitation
- ✗ Prise en compte des incertitudes épistémiques
- ✗ Construction d'Intervalles de Confiance
- ✗ Identification des essais / Simulations