

Au-delà de l'apprentissage statistique ... Quelles directions prendre ?

Advanced Wireless Technology Lab.

Huawei Paris Research Centre

www.huawei.com

Author: Jean-Claude Belfiore

Place and Date: Séminaire - Quelles mathématiques pour un IA fiable, frugale, moins artificielle? - 21 Mai 2026

HUAWEI TECHNOLOGIES CO., LTD.



« *Il semble que la perfection soit atteinte non quand il n'y a plus rien à ajouter, mais quand il n'y a plus rien à retrancher* » **Terre des hommes**

Antoine de Saint-Exupéry

Outline

Introduction

Approche par les topos purement géométrique à travers l'équivariance

- Équivariance de groupes
- Méta-apprentissage

Vers une approche catégorique des modèles d'IA

- Généralisations de l'équivariance

Le cas des LLMs

- Représentation
- La diffusion faisceutique
- Logique
- Enrichissement

Vers une IA fiable, frugale, moins artificielle

IA fiable :

- ▶ Doit être explicable.
- ▶ Doit être robuste.

IA frugale :

- ▶ Modèles actuels trop redondants, trop gros.
- ▶ Introduire des biais (tels que le **biais inductif**) qui sont des raccourcis permettant d'économiser de l'énergie et de généraliser.
- ▶ Méta-apprentissage.

Vers une IA fiable, frugale, moins artificielle

IA fiable :

- ▶ Doit être explicable.
- ▶ Doit être robuste.

IA frugale :

- ▶ Modèles actuels trop redondants, trop gros.
- ▶ Introduire des biais (tels que le **biais inductif**) qui sont des raccourcis permettant d'économiser de l'énergie et de généraliser.
- ▶ Méta-apprentissage.

Autres aspects :

- ▶ Interagir avec le monde (cf. **AMILab**© de Yann Lecun).
- ▶ **Alignement** des modèles (permettant d'interagir entre eux).

Outline

Introduction

Approche par les topos purement géométrique à travers l'équivariance

- Équivariance de groupes
- Méta-apprentissage

Vers une approche catégorique des modèles d'IA

- Généralisations de l'équivariance

Le cas des LLMs

- Représentation
- La diffusion faisceutique
- Logique
- Enrichissement

Réseaux de neurones vus comme morphismes de (pré)faisceaux

- ▶ Réseaux de neurones comme **fonctions**

$$\varphi : A \rightarrow B$$

où A et B sont des ensembles.

- ▶ Théorèmes d'approximation :
 - ▶ Expliquent l'interpolation
 - ▶ Quid de l'extrapolation (**généralisation**)?

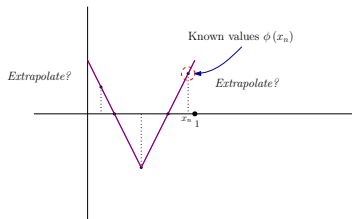


Figure – Données seulement

Réseaux de neurones vus comme morphismes de (pré)faisceaux

- ▶ Réseaux de neurones comme **fonctions**

$$\varphi : A \rightarrow B$$

où A et B sont des ensembles.

- ▶ Théorèmes d'approximation :
 - ▶ Expliquent l'interpolation
 - ▶ Quid de l'extrapolation (**généralisation**)?

Les **actions** de groupe sur des ensembles sont des *préfaisceaux*, les **applications équivariantes** sont des *morphismes de préfaisceaux*.

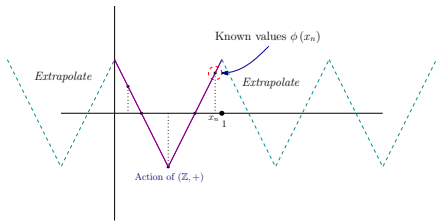


Figure – Données + action du groupe $(\mathbb{Z}, +)$

Réseaux de neurones vus comme morphismes de (pré)faisceaux

- ▶ Réseaux de neurones comme **fonctions**

$$\varphi : A \rightarrow B$$

où A et B sont des ensembles.

- ▶ Théorèmes d'approximation :
 - ▶ Expliquent l'interpolation
 - ▶ Quid de l'extrapolation (**généralisation**)?

Les **actions** de groupe sur des ensembles sont des *préfaisceaux*, les **applications équivariantes** sont des *morphismes de préfaisceaux*.

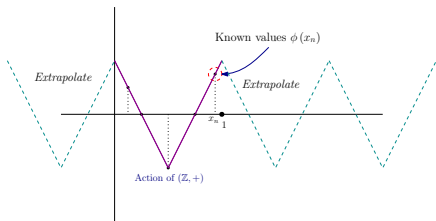
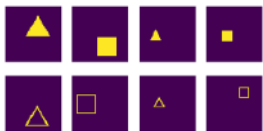


Figure – Données + action du groupe $(\mathbb{Z}, +)$

Les travaux qui suivent ont pu être réalisés grâce à A. Sagnier, X. Giraud et M. Hamad

L'expérience de Shepard

- L'expérience de Shepard, Hovland et Jenkins dans "Learning and Memorization of Classifications" (1961) étudie les problèmes d'identification et de classification en comparant l'apprentissage **par concept** à l'apprentissage **par cœur**.



Type I



Type II

- Des « cobayes » doivent classifier 4 tirages en types, correspondant à 3 attributs prenant des valeurs binaires.



Type III



Type VI

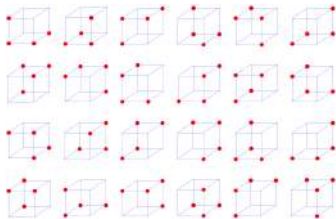
L'expérience de Shepard : interprétation géométrique



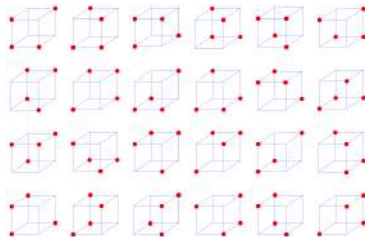
Type I



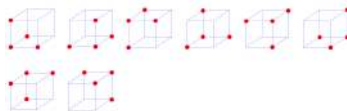
Type II



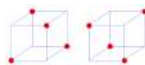
Type III



Type V



Type IV



Type VI

Implémentation IA de l'expérience de Shepard

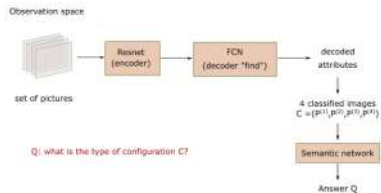


Figure – Réseau de test pour l'expérience de Shepard

Implémentation IA de l'expérience de Shepard

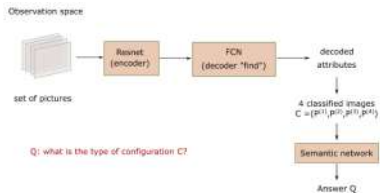
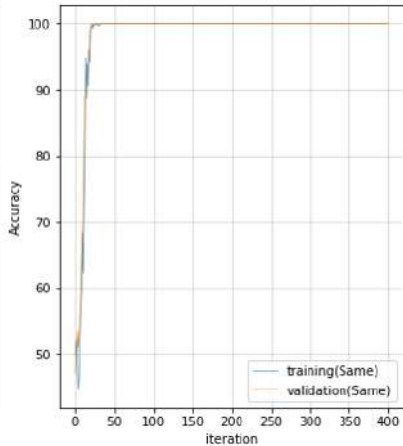
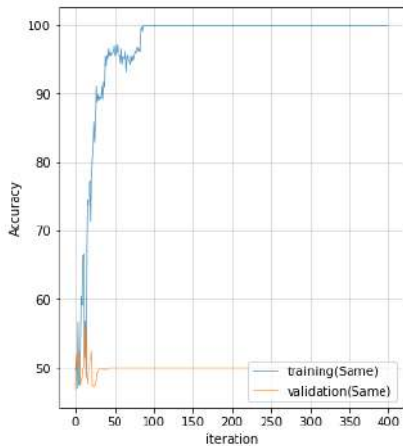


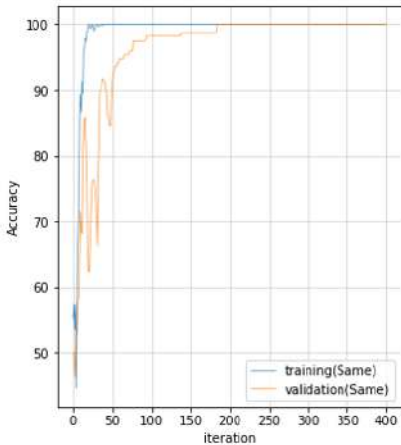
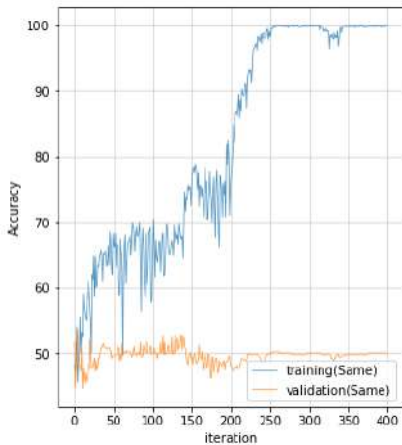
Figure – Réseau de test pour l'expérience de Shepard

- ▶ En implémentant l'équivariance dans le réseau sémantique, l'espace des paramètres à apprendre est très fortement réduit (jusqu'à 98%).
- ▶ Ici, nous sommes intéressés par l'équivariance dans les couches profondes, une fois l'identification faite, en respectant les symétries **sémantiques** (groupe des symétries du cube $S_4 \times C_2$ d'ordre 48).

Quelques résultats : Type //

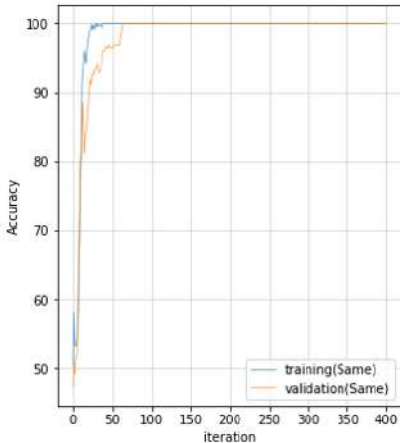
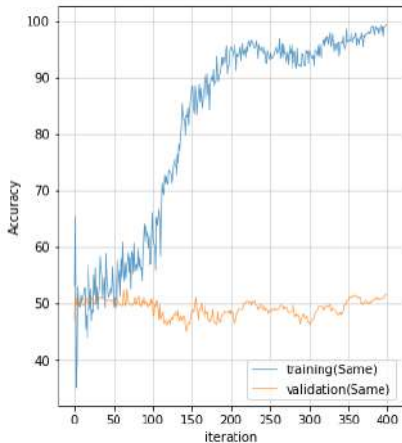


Quelques résultats : Type IV



Quelques résultats : Type V

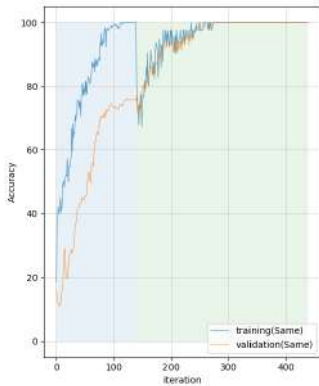
single LLM



Découverte des symétries

- ▶ Il s'agit d'un cas de méta-apprentissage où le réseau essaie de découvrir l'action d'un groupe (et le groupe lui-même) qui laisse le résultat de la tâche invariant.
- ▶ Découverte pas à pas d'un système de générateurs du groupe G .
- ▶ Action sur les données d'entraînement.
- ▶ Il suffit de connaître la représentation linéaire d'un groupe cyclique engendré par le générateur g_i .
- ▶ Tout le reste est de l'algèbre linéaire.
- ▶ Le but est de trouver les contraintes régissant les matrices de la couche équivariante.

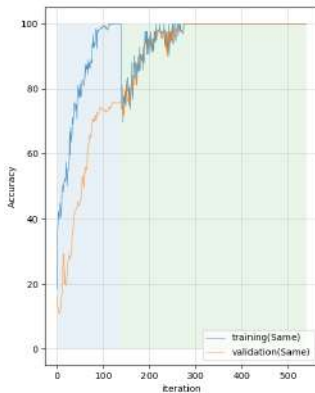
Résultats (Type I)



(a) C_{M_1}

Figure – Type I

Résultats (Type III)



single LLM

(a) C_{M_1}

Figure – Type III

Outline

Introduction

Approche par les topos purement géométrique à travers l'équivariance

- Équivariance de groupes
- Méta-apprentissage

Vers une approche catégorique des modèles d'IA

- Généralisations de l'équivariance

Le cas des LLMs

- Représentation
- La diffusion faisceutique
- Logique
- Enrichissement

Équivariances catégoriques

- ▶ **Cadre** : Topos des préfaisceaux sur la catégorie \mathcal{C} considérée.
- ▶ **Actions de \mathcal{C}** : Préfaisceaux.
- ▶ **Applications équivariantes** : Morphismes de préfaisceaux.
- ▶ La structure actuelle des réseaux de neurones artificiels nous permet de ne considérer que les préfaisceaux linéaires.
- ▶ Revient à effectuer les bons changements de base et les bonnes restrictions sur les transformations linéaires.
- ▶ Voir les représentations linéaires de carquois.

Y. Maruyama, « Categorical Equivariant Deep Learning : Category-Equivariant Neural Networks and Universal Approximation Theorems », 2025.

Outline

Introduction

Approche par les topos purement géométrique à travers l'équivariance

- Équivariance de groupes
- Méta-apprentissage

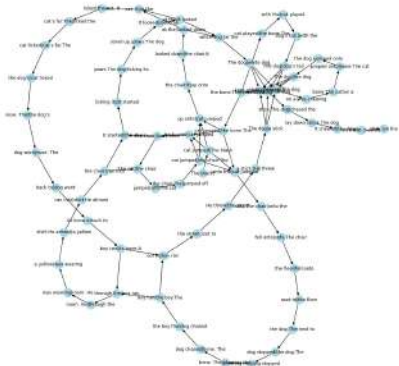
Vers une approche catégorique des modèles d'IA

- Généralisations de l'équivariance

Le cas des LLMs

- Représentation
- La diffusion faisceautique
- Logique
- Enrichissement

Du graphe dirigé au treillis



- ▶ Le codage est réalisé par les **tokens** ou des séquences de tokens.

- ▶ Les états représentent les valeurs du contexte (de longueur k).
- ▶ On passe d'un état $(a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k})$ à l'état $(a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{i+k+1})$ ssi

$$\Pr \{a_{i+k+1} | a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{i+k}\} \geq \tau$$

où τ est un seuil donné.

- ▶ On obtient alors un graphe dirigé que l'on transforme en poset \mathcal{L} en quotientant par les boucles.
- ▶ On définit

$$u \vee v = \min \{z \in \mathcal{L} | u \leq z, v \leq z\}$$

$$u \wedge v = \max \{z \in \mathcal{L} | z \leq u, z \leq v\}$$

- ▶ Puis on complète pour obtenir un treillis.

Le cas d'une communication sémantique entre LLMs



- ▶ On peut voir (en partie) l'information sémantique comme les actions de catégories sur une structure.
- ▶ Échanges de structures (ici des treillis).
- ▶ Les LLMs doivent avoir un espace de discours où se fait cet échange.
- ▶ **Les calculs** doivent être possibles dans cet espace.

Faisceaux cellulaires

- Nous représentons les interactions entre « agents » sous forme d'un graphe non dirigé.

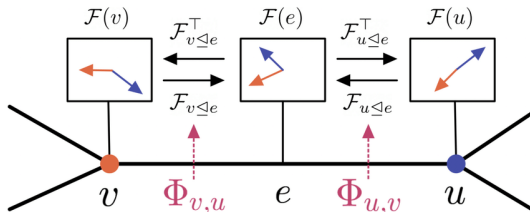


Figure – Les agents u et v interagissent grâce aux applications de restriction de et vers une certaine structure

- On attache un treillis à chaque sommet (**stalks**).
- On attache, à chaque arête, un treillis qui va coder « l'alignement » entre les modèles des agents u et v .
- **Applications de restriction** $\mathcal{F}_{u \leq e}$ et $\mathcal{F}_{v \leq e}$ « projettent » les treillis des agents sur le treillis de l'arête e .

Laplacien de Tarski : Consensus entre LLMs rendu possible

- ▶ Correspond au cas où les LLMs joignent leurs forces respectives pour effectuer une tâche.
- ▶ Le Laplacien de Tarski[†] illustre un processus de diffusion où l'information se propage au travers des applications de restriction faisceautiques.
- ▶ Tous les calculs n'utilisent que les opérations \vee et \wedge .

[†] Robert Ghrist and Hans Riess, "Cellular sheaves of lattices and the Tarski Laplacian," in *Homology, Homotopy and Applications*, 24(1) :325–345, 2022.

Évaluation : 1 LLM 70B vs 2 LLMs 14B

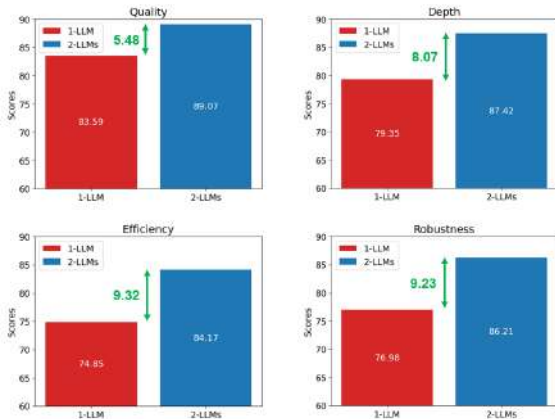


Figure – Deux petits LLMs qui collaborent font mieux qu'un gros LLM **5 fois plus gros**!!

Syntaxe - Sémantique

- ▶ Sémantique de Kripke extraite à partir du treillis
- ▶ → vers l'apprentissage syntactique?
- ▶ Vérification → IA fiable.

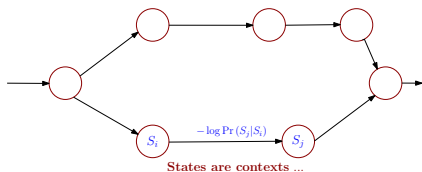
Espaces métriques de Lawvere : le cas des LLMs

- ▶ Enrichir le treillis par $-\log \Pr \{a_{i+k+1} | a_{i+1}, \dots, a_{i+k}\}$.
- ▶ On obtient alors un espace métrique de Lawvere qui est une catégorie enrichie en quantales.
- ▶ On peut considérer une diffusion faisceutique (Laplacien de Lawvere)[†].
- ▶ Vers des modules tropicaux.
- ▶ Logique pondérée (par les probabilités)?

[†] Robert Christ, Miguel Lopez, Paige Randall North, Hans Riess, « Categorical Diffusion of Weighted Lattices », 2025 ArXiv.

LLMs vus comme des modules tropicaux ($\min, +$)

- ▶ Associés au décodeur de LLMs



- ▶ Liens avec le codage correcteur d'erreurs (plus exactement leur décodeur)
- ▶ Algorithme de **Viterbi**, algorithme **BCJR**, ...
- ▶ Les modules tropicaux (à travers l'algèbre $(\min, +)$) ont été (ou sont encore) utilisés dans la 2G, 3G et 4G.

Thank you
www.huawei.com

Copyright©2026 Huawei Technologies. All Rights Reserved

